7. Найдите y''_{xx}, если $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = \cos^3 t. \end{cases}$ Вычислите y''_{xx}, если $t = \dfrac{\pi}{3}$.

8. Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением $xz^2 - x^2y + y^2z + 2x - y = 0$. Вычислите:

   а) $\dfrac{\partial z}{\partial x}(0, 1)$;

   б) $\dfrac{\partial z}{\partial y}(0, 1)$.

9. К графику функции $y = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x = 7$ проведена касательная. Найдите абсциссу точки пересечения касательной с осью OX.

10. Найдите dy, если $y = \dfrac{x + 3\sqrt{5 + x^2}}{2}$. Вычислите значение dy, если $x = 2$, $\Delta x = 0{,}02$.

11. Дана функция $z = x^2 + xy + y^2$ и точки $M_0(1, 2)$ и $M_1(1{,}02; 1{,}96)$. Вычислите Δz и dz при переходе из точки M_0 в точку M_1 (ответы округлите до сотых).

12. Дана функция $y = x^2 + \dfrac{16}{x} - 16$. Найдите её наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[1, 4]$.

13. Дана функция $z = (x - y^2)\sqrt[3]{(x - 1)^2}$. Найдите её наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном кривыми $y^2 = x$, $x = 2$.

14. Проведите полное исследование функции $y = \dfrac{12}{x^2 - 4}$ и начертите её график.

Вариант 2.2

1. Найдите производные от данных функций:

   а) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$, $\quad y'(0)$;

   б) $y = \dfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg} x + x^2 - \dfrac{\pi}{2}x$, $\quad y'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$;

   в) $y = \left(\operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{3 - x}{x + 2}}\right)\sqrt{\dfrac{3}{2}}$, $\quad y'(0)$.

2. Дана функция $y = 4\left[\dfrac{x}{2}\sqrt{4 - x^2} + 2\arcsin\dfrac{x}{2}\right]$. Найдите y''. Вычислите $y''\left(\dfrac{6}{5}\right)$.

3. Дана функция $f(x) = \begin{bmatrix} (x - 4)/x \\ x/(x - 1) \\ x^2 - 9 \end{bmatrix}$. Найдите $f'(x)$ и $f''(x)$.

   Вычислите $f'(2)$ и $f''(2)$.

4. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$ удовлетворяет уравнению $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

5. Дана функция $f(x,y) = \begin{bmatrix} 3\,\mathrm{tg}(x+3y) \\ \sin(4x+8y) \end{bmatrix}$. Найдите $f'(x,y)$. Вычислите $f'(-\pi/12, \pi/12)$.
6. Дана функция $u = 7\ln(x^2+y^2+z^2)$. Найдите:
   а) координаты вектора $\mathrm{grad}\,u$ в точке $A(3,-2,1)$;
   б) $\dfrac{\partial u}{\partial a}$ в точке A в направлении вектора $\mathbf{a}\{1,2,2\}$.
7. Найдите y''_{xx}, если $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \ln\sin t. \end{cases}$ Вычислите y''_{xx}, если $t = \dfrac{\pi}{6}$.
8. Функция $z = z(x,y)$ задана неявно уравнением $z^3 + 3x^2z = 2xy$. Вычислите:
   а) $\dfrac{\partial z}{\partial x}(-1,0,0)$;
   б) $\dfrac{\partial z}{\partial y}(-1,0,0)$.
9. Найдите острый угол (в градусах) между осью OX и касательной к графику функции $y = x^2 - 5x + 6$ в точке $x_0 = 3$.
10. Найдите dy, если $y = \arcsin x$. Вычислите значение dy, если $x = 0$, $\Delta x = 0{,}08$.
11. Дана функция $z = 3x^2 - xy + x + y$ и точки $M_0(1,3)$ и $M_1(1{,}06;2{,}92)$. Вычислите Δz и dz при переходе из точки M_0 в точку M_1 (ответы округлите до сотых).
12. Дана функция $y = 4 - x - \dfrac{4}{x^2}$. Найдите её наибольшее и наименьшее значения на отрезке $[1,4]$.
13. Дана функция $z = \dfrac{xy}{2} - \dfrac{x^2y}{6} - \dfrac{xy^2}{8}$. Найдите её наибольшее и наименьшее значения на замкнутом множестве, ограниченном прямыми $y = 0$, $x = 0$, $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 1$.
14. Проведите полное исследование функции $y = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x^3}$ и начертите её график.

Вариант 2.3

1. Найдите производные от данных функций:
   а) $y = 1 - \sqrt[3]{x^2} + \dfrac{27}{x}$, $y'(-27)$;
   б) $y = 3^{-x}\ln(1-x) - 2^{-x^2}$, $y'(0)$;
   в) $y = \arcsin\left(20x + \dfrac{3}{5}\right) + \mathrm{tg}\,8x$, $y'(0)$.
2. Дана функция $y = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\,\dfrac{x}{2}$. Найдите y''. Вычислите $y''(-1)$.